17% vaccinato

i non vaccinati si ammalano con prob. 0.12

i vaccinati " " " " 0.02

(i) Qual è la prob. di ammalarsi ?

(ii) Qual è la prob che un ammalato sia stato vaccinato ?

$V = \{$ l'individuo è vaccinato $\}$

$V^c = \{$ l'individuo <u>non</u> è vaccinato $\}$

$A = \{$ l'individuo si ammala $\}$

$A^c = \{$ l'individuo non si ammala $\}$

$P(V) = 0.17$

$P(A \mid V) = 0.02$

$P(A \mid V^c) = 0.12$

(i) $P(A) = ?$

(ii) $P(V \mid A) = ?$

(i) $P(A) = P(A|V)P(V) + P(A|V^c)P(V^c)$

$= 0.02 \times 0.17 + 0.12 \times 0.83 = \dots$

(ii) $P(V|A) = \dfrac{P(A|V)\,P(V)}{P(A)} = \dfrac{0.02 \times 0.17}{\dots}$

10 pezzi in ogni scatola

si scelgono a caso 5 pezzi e
la scatola viene venduta se almeno 4
pezzi sono funzionanti.

(i) Calc. la prob. che venga messa in vendita una scatola con esattamente 8 pezzi funzionanti.

(ii) Stessa domanda per una scatola con 4 pezzi f.

(i) 8 2

ho eseguito 5 estraz. senza rimpiazzo e tra i 5 pezzi estratti almeno 4 erano funzionanti

Prob. di estrarre almeno 4 pezzi f.

$A = \{ \underline{\text{ho estratto almeno 4 pz f}} \}$

$P(A) = ?$

$A_1 = \{$ ho estratto esatt. 4 p. f $\}$

$A_2 = \{$ ho estr. esatt. 5 p. f $\}$

$$\boxed{A = A_1 \cup A_2}$$

$$P(A) = \underbrace{P(A_1)} + P(A_2)$$

8 f   2

5 estr.   4 f   1 n.f.

$$P(A_1) = \frac{\text{Card } A_1}{\binom{10}{5}} = \frac{\binom{8}{4}\cdot\binom{2}{1}}{\binom{10}{5}} = \frac{5}{9}$$

$$\Omega = \{ \text{Combinaz. di 10 ogg. a 5 a 5} \}$$

$$P(\omega) = \frac{1}{\binom{10}{5}}$$

$$= \frac{8!}{4!\,4!}\, 2\, \frac{5!\,5!}{10!} = \frac{\cancel{5}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{8}}{\cancel{1\cdot2\cdot3\cdot4}}\cdot\cancel{2}\,\frac{\cancel{1\cdot2\cdot3\cdot4}\cdot5}{\cancel{6}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{8}\cdot9\cdot\cancel{10}}$$

$$P(A_2) = \frac{\binom{8}{5}\cdot\binom{2}{0}}{\binom{10}{5}} = \frac{\cancel{8!}}{\cancel{5!}\,3!}\cdot\frac{\cancel{5!}\,5!}{\cancel{10!}} = \frac{2}{9}$$

$$1\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot4\cdot\cancel{5}$$

$$\cancel{9}\cdot\cancel{10}$$

$$3$$

$$=$$

$$P(A) = \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{\cancel{8}\,7}{9}$$

$X =$ n° di pezzi funzionanti estratti

$$\boxed{A = \{ X \geq 4 \}}$$

$$P(X \geq 4) = P(X \in [4, +\infty))$$

$$P(\underline{X \in I}) = \sum_{x \in I} p(x)$$

$p =$ densità di X

(ii) 4 6

$$P(X = x) = \frac{\binom{4}{x}\binom{6}{5-x}}{\binom{10}{5}}$$

$x = 0, 1, 2, 3, 4,$

$$\sum_{x \geq 4} p(x) = \frac{\binom{4}{4}\binom{6}{1}}{\binom{10}{5}} = \text{---}$$

Una strada ha 4 lampioni con lampade nuove all'inizio dell'anno.
La durata di ciascuna lampada è superiore a 1 anno con prob. 0.8

nessuna sostituzione viene fatta entro il 1° anno. Calc. la prob. che al termine dell'anno

(i) tutte le lampade siano funzionanti

(ii) almeno una sia funz. (iii) esattamente 2 siano f.

X = numero di lampade funzionanti alla fine dell'anno

(i) $P(X=4)$

successo = funzionamento

(ii) $P(X \geq 1)$

(iii) $P(X=2)$

$X \sim B(4, 0{,}8)$

$Y =$ n° di lampade non funzionanti

(i) $P(Y=0)$

(ii) $P(Y \leq 3)$

(iii) $P(Y=2)$

$X + Y = 4$

$X = 4$

successo = non funzionamento

$Y \sim B(4, 0.2)$

(i) $P(X=4) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$= \binom{4}{4} (0.8)^4 (0.2)^0$

$P(Y=0) = \binom{n}{k} q^k (1-q)^{n-k}$

$= \binom{4}{0} (0.2)^0 (0.8)^4$

$$P(X \geq 1) = \sum_{x \geq 1} p(x) =$$

$$= \sum_{\substack{x \geq 1 \\ x \in \mathcal{E}}} \binom{4}{x} (0.8)^x (0.2)^{4-x} =$$

$$= \binom{4}{1} (0.8)^1 (0.2)^3 + \cdots + \binom{4}{4} (0.8)^4$$

$$\{X \geq 1\}^c = \{X < 1\}$$

$$P(X < 1) = \sum_{x<1} p(x) =$$

$$= \sum_{x<1} \binom{4}{x} (0.8)^x (0.2)^{4-x} = \binom{4}{0}(0.8)^0(0.2)^4$$

$$x \in \mathcal{C} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

In un gioco televisivo il premio
si trova in una di 20 scatole.
Il concorrente sceglie a caso in success.
una scatola e la ispeziona e ....
Calcolare la prob che per trovare il
premio si debbano ispezionare
(i) più di 12 scatole (ii) al max 6 scat.

$A_k = \{$ sono necessarie più di k ispezioni $\}$

$$P(A_k) = \frac{\binom{19}{k}\binom{1}{0}}{\binom{20}{k}} = \frac{\cancel{19!}}{\cancel{k!}(19-k)!} \cdot \frac{\cancel{k!}(20-k)!}{\cancel{20!}}$$

$A_k = \{$ fino alla k-esima ispez. non ho trovato il pezzo $\}$

19 1

$$= \frac{20-k}{20} = 1 - \frac{k}{20}$$

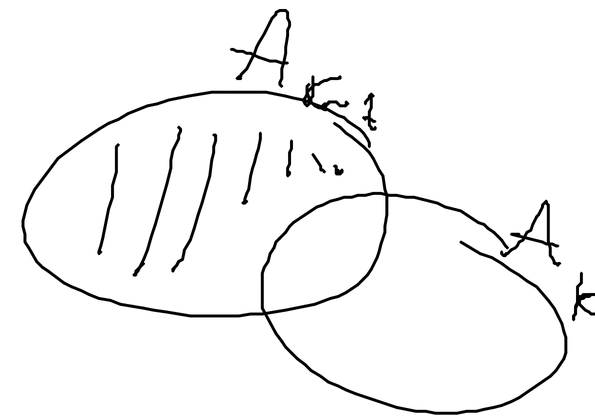
(i) $P(A_{12}) = \frac{8}{20}$

(ii) $P(A_6^c) = 1 - \left(1 - \frac{6}{20}\right) = \frac{6}{20}$

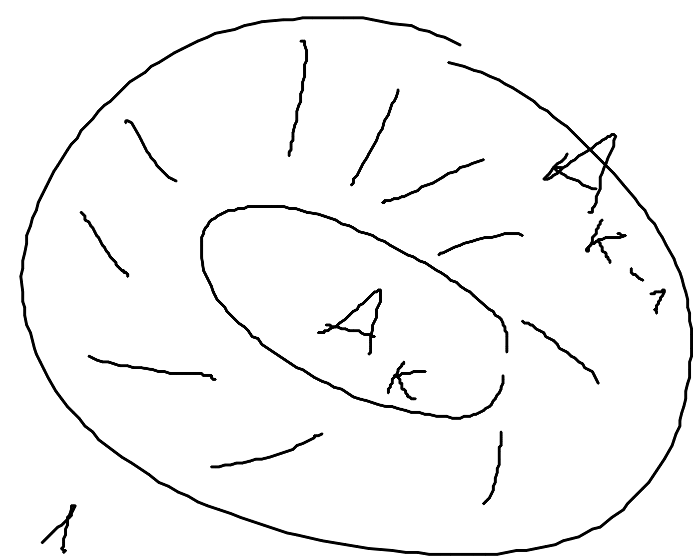
(iii) Calc. la prob. di dover ispezionare $\boxed{\text{esattamente}}$ k scatole

$B_k = \{$ ispeziono esatt. k scatole $\}$

$$B_k = \underline{A_{k-1}} \cap \underline{A_k^c}$$



$$\underline{A_k} \subset \underline{A_{k-1}}$$



$$P(B_k) = P(A_{k-1}) - P(A_k)$$
$$= \left(1 - \frac{k-1}{20}\right) - \left(1 - \frac{k}{20}\right) = \frac{1}{20}$$

X = n° di scatole risparmiate fino a trovare il premio

Calcolare la densità di X

$$P(X=k) = P(B_k) = \frac{1}{20}$$

$$k = 1, 2, \dots, 20$$

$$= \sum_{x \in [4, +\infty)} p(x) = \underline{\underline{p(4) + p(5)}}$$

$$\begin{array}{cc} a & b \\ \shortparallel & \shortparallel \\ 8 & 2 \end{array}$$

$$n = 5$$

$$p(x) = P(X = x) = \frac{\binom{a}{x} \cdot \binom{b}{n-x}}{\binom{a+b}{n}} =$$

$$x = 3, 4, 5$$

$$= \frac{\binom{8}{x} \cdot \binom{2}{5-x}}{\binom{10}{5}}$$